OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Rm. Vâlcea, 1 - 6 februarie 2009

Proba de Laborator

VII

2 februarie 2009

Lucrarea B

Determinarea densităților lichidelor dintr-un amestec omogen

Materiale la dispoziție (fig. 1)

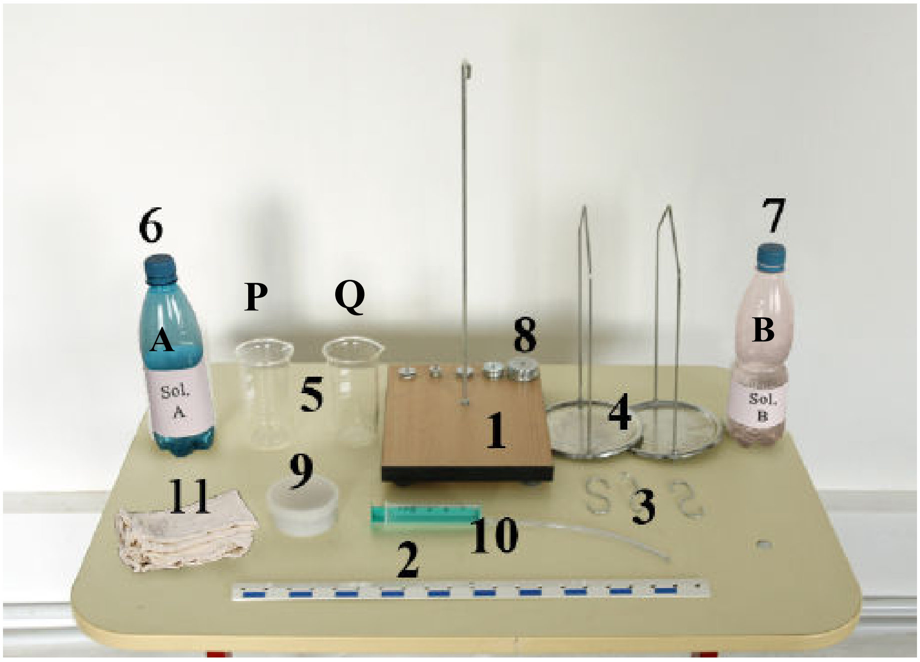


Fig. 1

1) suport;
2) riglă metalică cu orificii;
3) cârlige – 3 bucăți;
4) talere de balanță – 2 bucăți;
5) pahare Berzelius gradate, identice, 150 ml – 2 bucăți (P şi Q);
6) flacon cu lichid, A;
7) flacon cu lichid, B;
8) discuri cu mase cunoscute;

9) cutie cu nisip;
10) seringă cu tub;
11) lavetă.

În unul din vasele A şi B se află, în amestec, volume egale din două lichide miscibile diferite (nu se ştie în care din vase), iar în celălalt vas se află, în amestec, mase egale din aceleaşi două lichide miscibile diferite. Volumele şi masele amestecurilor lichide omogene din cele două vase sunt diferite.

Cerințe

a) Să se identifice vasul în care se află fiecare tip de amestec.
b) Să se determine densitatea fiecărui lichid din amestec.

Anexă algebrică

Se cunoaşte forma generală a soluției ecuației de gradul 2:

$$ax^2 + bx + c = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Pentru un sistem de două ecuații, cu două necunoscute, de forma:

$$\frac{x+y}{2} = a;$$

$$\frac{2xy}{x+y} = b,$$

soluția generală este:

$$x_{1,2} = a \pm \sqrt{a^2 - ab};\ y_{1,2} = a \mp \sqrt{a^2 - ab}.$$

Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ş.E.A.S. Călimăneşti

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Rm. Vâlcea, 1 - 6 februarie 2009

VII

2 februarie 2009

Lucrarea B

Determinarea densităților lichidelor dintr-un amestec omogen

Barem de notare

Lucrarea B	**Parțial**	**Punctaj**
B. Barem de notare - Lucrarea B		**10**
a) Identificarea vasului în care se află fiecare tip de amestec.		**5,00**
1) Dacă ρ_1 şi ρ_2 sunt densitățile celor două lichide din fiecare amestec, atunci: - densitatea lichidului rezultat din amestecul unor volume egale este: $\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{2V_1} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_1}{2V_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2};$ - densitatea lichidului rezultat din amestecul unor mase egale este: $\rho'' = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{2m_1}{V_1 + V_2} = \frac{2m_1}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_1}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2},$ pentru care se demonstrează că $\rho' > \rho''$. Într-adevăr: $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} > \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2};$ $(\rho_1 + \rho_2)^2 > 4\rho_1\rho_2;\ (\rho_1 - \rho_2)^2 > 0.$	1,00	
2) Se montează elementele balanței cu brațe egale, așa cum indică figura 1. Pe fiecare taler al balanței se pune un pahar Berzelius şi se echilibrează balanța, dacă este cazul, folosind nisip din cutia dată.	0,50	

<table>
<tr><td>

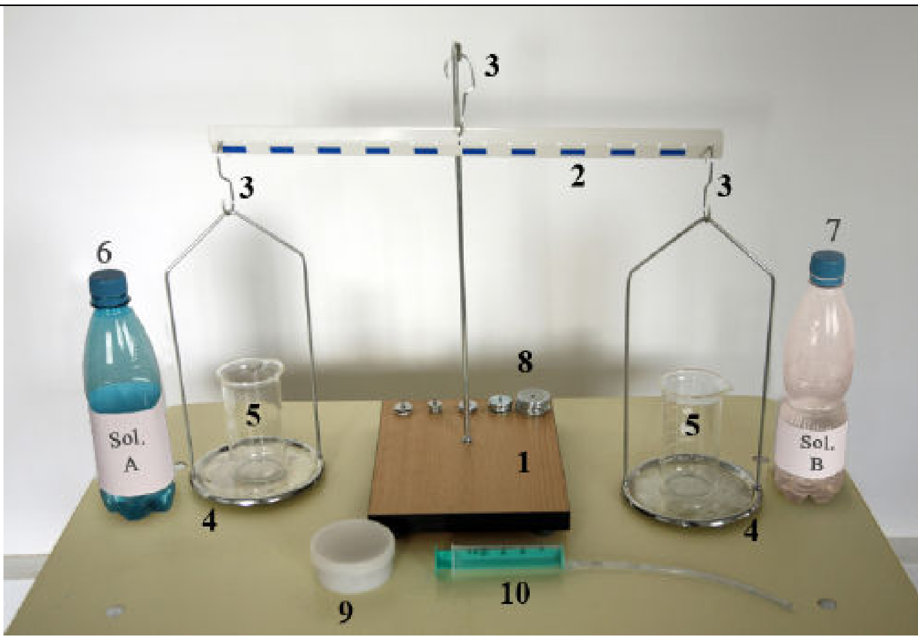


Fig. 1

</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

3) În paharele identice P şi Q se pun volume egale din cele două amestecuri, aflate în vasele A şi respectiv B, $V_A = V_B$. Densitățile amestecurilor din vasele P şi Q sunt:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A};\ \ \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_B}{V_A},$$

astfel încât masele lichidelor din vasele P şi Q sunt:

$$m_A = \rho_A V_A;\ \ m_B = \rho_B V_A.$$

</td><td>0,50</td><td></td></tr>
<tr><td>

4) Aşezăm paharele P şi Q pe talerele balanței cu brațe egale. Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul a din figura 2, înseamnă că $m_A > m_B$, ceea ce implică $\rho_A > \rho_B$.

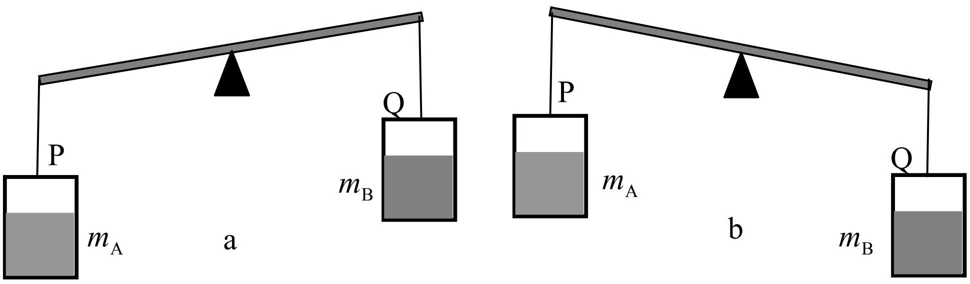


Fig. 2

Concluzie:

$$\rho_A = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2};\ \ \rho_B = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul b, înseamnă că $m_A < m_B$ şi $\rho_A < \rho_B$, astfel încât $\rho_A = \rho''$ şi $\rho_B = \rho'$.

Observație: în experimentul propus se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul a din figura 2, ceea ce dovedeşte că în vasul A se află în

</td><td>1,50</td><td></td></tr>
</table>

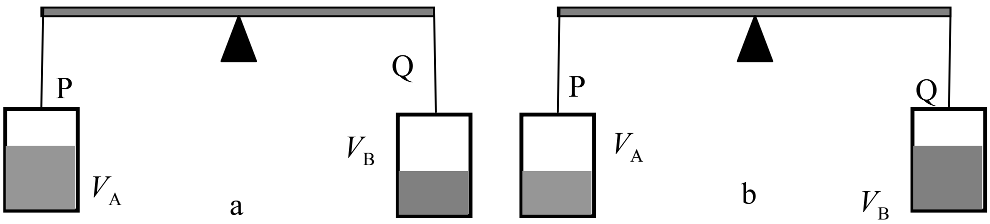
<table>
<tr><td>amestec volume egale din cele două lichide, iar în vasul B se află în amestec mase egale din cele două lichide;
$$\rho_{\text{A}} = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \;\; \rho_{\text{B}} = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5) În paharele identice P şi Q, aşezate pe talerele balanţei cu braţe egale se pun mase egale din cele două lichide, aflate în vasele A şi respectiv B, $m_{\text{A}} = m_{\text{B}}$. Balanţa va fi în echilibru, aşa cum arată desenele a şi b din figura 3.


Fig. 3
Densităţile amestecurilor din vasele P şi Q sunt:
$$\rho_{\text{A}} = \frac{m_{\text{A}}}{V_{\text{A}}}; \;\; \rho_{\text{B}} = \frac{m_{\text{B}}}{V_{\text{B}}} = \frac{m_{\text{A}}}{V_{\text{B}}},$$
astfel încât volumele lichidelor din cele două vase sunt:
$$V_{\text{A}} = \frac{m_{\text{A}}}{\rho_{\text{A}}}; \;\; V_{\text{B}} = \frac{m_{\text{A}}}{\rho_{\text{B}}}.$$
Dacă $V_{\text{A}} > V_{\text{B}}$, aşa cum indică desenul a, înseamnează că:
$$\rho_{\text{A}} < \rho_{\text{B}};$$
$$\rho_{\text{A}} = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}; \;\; \rho_{\text{B}} = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}.$$
Dacă $V_{\text{A}} < V_{\text{B}}$, aşa cum indică desenul b, înseamnează că:
$$\rho_{\text{A}} > \rho_{\text{B}};$$
$$\rho_{\text{A}} = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \;\; \rho_{\text{B}} = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$
Observaţie: în experimentul propus se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul a din figura 2, ceea ce dovedeşte că în vasul A se află în amestec volume egale din cele două lichide, iar în vasul B se află în amestec mase egale din cele două lichide;
$$\rho_{\text{A}} = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \;\; \rho_{\text{B}} = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$</td><td>1,50</td><td></td></tr>
<tr><td>b) Determinarea densităţilor lichidelor din amestec.</td><td></td><td>4,00</td></tr>
<tr><td>1) Să admitem varianta:
$$\rho_{\text{A}} = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \;\; \rho_{\text{B}} = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$</td><td>0,50</td><td></td></tr>
<tr><td>2) Utilizând balanţa cu braţe egale, masele marcate şi paharul Berzelius gradat, se fac determinări pentru calculul densităţii fiecărui amestec.</td><td>1,50</td><td></td></tr>
</table>

Se completează tabelul de mai jos.

Nr. det.	m_{A} (g)	V_{A} (cm^3)	ρ_{A} (g/cm^3)	$\rho_{\text{A,mediu}}$ (kg/m^3)	m_{B} (g)	V_{B} (cm^3)	ρ_{B} (g/cm^3)	$\rho_{\text{B,mediu}}$ (kg/m^3)
1				930,35				903,24
….								
5								

3) Se rezolvă sistemul: **2,00**

$$\rho_{\text{A,mediu}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2};\ \rho_{\text{B,mediu}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2};$$

$$\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = 2\rho_{\text{A,mediu}}; \\ \rho_1\rho_2 = \rho_{\text{A,m}}\rho_{\text{B,m}}; \end{cases}$$

$$\rho_2 = 2\rho_{\text{A,m}} - \rho_1;\ \rho_1\left(2\rho_{\text{A,m}} - \rho_1\right) = \rho_{\text{A,m}}\rho_{\text{B,m}};$$

$$\rho_1^2 - 2\rho_{\text{A,m}}\rho_1 + \rho_{\text{A,m}}\rho_{\text{B,m}} = 0;$$

$$\left(\rho_1\right)_{1,2} = \frac{2\rho_{\text{A,m}} \pm \sqrt{4\rho_{\text{A,m}}^2 - 4\rho_{\text{A,m}}\rho_{\text{B,m}}}}{2};$$

$$\left(\rho_1\right)_{1,2} = \rho_{\text{A,m}} \pm \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)};$$

$$\left(\rho_2\right)_{1,2} = 2\rho_{\text{A,m}} - \left(\rho_1\right)_{1,2};$$

$$\left(\rho_2\right)_{1,2} = \rho_{\text{A,m}} \mp \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)}.$$

Să admitem că $\rho_1 < \rho_2$. Rezultă:

$$\rho_1 < \rho_{\text{A,m}} < \rho_2;$$

$$\left(\rho_1\right)_1 = \rho_{\text{A,m}} + \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} < \rho_{\text{A,m}};$$

$$\sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} < 0,$$

rezultat inacceptabil; $\left(\rho_1\right)_1$ soluție inacceptabilă;

$$\left(\rho_1\right)_2 = \rho_{\text{A,m}} - \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} < \rho_{\text{A,m}};$$

$$\sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > 0,$$

rezultat acceptabil; $\left(\rho_1\right)_2$ soluție acceptabilă;

$$\rho_1 = \rho_{\text{A,m}} - \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} = 771{,}59\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$\left(\rho_2\right)_{1,2} = \rho_{\text{A,m}} \mp \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > \rho_{\text{A,m}};$$

$$\left(\rho_2\right)_1 = \rho_{\text{A,m}} - \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > \rho_{\text{A,m}};$$

$$-\sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > 0,$$

rezultat inacceptabil; $\left(\rho_2\right)_1$ soluție inacceptabilă;

$$\left(\rho_2\right)_2 = \rho_{\text{A,m}} + \sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > \rho_{\text{A,m}};$$

$$\sqrt{\rho_{\text{A,m}}\left(\rho_{\text{A,m}} - \rho_{\text{B,m}}\right)} > 0,$$

rezultat acceptabil; $(\rho_2)_2$ soluție acceptabilă; $$\rho_2 = \rho_{\mathrm{A,m}} + \sqrt{\rho_{\mathrm{A,m}}\left(\rho_{\mathrm{A,m}} - \rho_{\mathrm{B,m}}\right)} = 1089{,}16\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}.$$		
Oficiu		**1,00**